**2021年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）**

**数 学**

一、选择题

1.设集合，，则（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

D

解析：

易知.故选D

2.已知，（为虚数单位），则（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

C

解析：

.故选择：C.

3.已知非零向量，，，则“”是“”的（ ）

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充分必要条件

D.既不充分也不必要条件

答案：

B

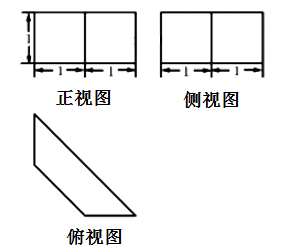
解析：

若且，则，但不一定等于，故充分性不成立，

若，则，必要性成立，故为必要不充分条件.

故选B.

4.某几何体的三视图如图所示（单位：），则该几何体的体积（单位：）是（ ）



A.

B.

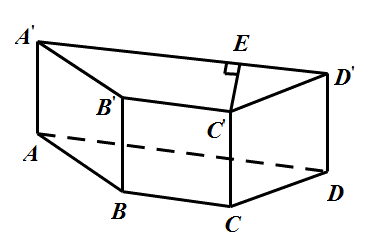
C.

D.

答案：

A

解析：



易知原图为一个等腰梯形为底面的四棱柱，作，则根据三视图可知，而为等腰直角三角形，所以，再根据三视图可知，，

故.

故选A.

5.若实数，满足约束条件，则的最小值是（ ）

A.

B.

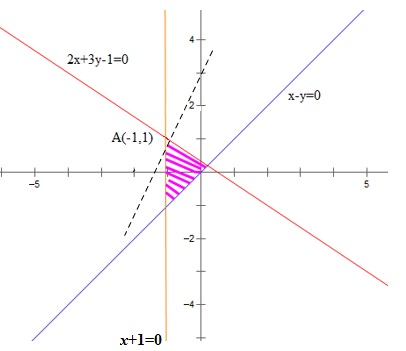
C.

D.

答案：

B

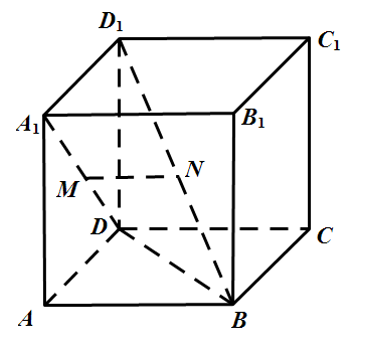
解析：

画出可行域，如图所示：

令直线：，易知当过点时，最小，即为.

故选B.

6.如图，已知正方体，，分别是，的中点，则（ ）



A.直线与直线垂直，直线平面

B.直线与直线平行，直线平面

C.直线与直线相交，直线平面

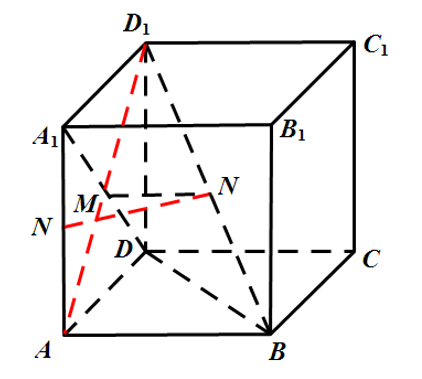
D.直线与直线异面，直线平面

答案：

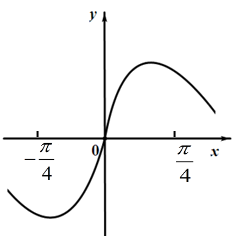
A

解析：

连接，易证在上，在正方形中，，∵面，面，∴，∵，∴面，面，∴.在正方形中，∵，，∴，又∵面，面，∴面.取中点，连接，易证，，且为，的中点，故面，与相交，故与不垂直.



7.已知函数，，则图象为如图的函数可能是（ ）



A.

B.

C.

D.

答案：

D

解析：

为偶函数，为奇函数，图中函数为奇函数，与均不是奇函数，故排除A，B项；，，则，与图不符，故排除C项；故选D.

8.已知，，是互不相同的锐角，则在，，三个值中，大于的个数的最大值是（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

C

解析：

，当且仅当时取“”，同理，有类似性质，三式相加得，所以，不可能三个式子都大于，另一方面，取，，，则，，所以，可以有两个式子大于，故大于的个数的最大值是.

9.已知，，函数，若，，成等比数列，则平面上点的轨迹是（ ）

A.直线和圆

B.直线和椭圆

C.直线和双曲线

D.直线和抛物线

答案：

C

解析：  
由题意得，即，即，即，即，即，所以或，所以为双曲线，为直线.

10.已知数列满足，，记数列的前项和为，则（ ）

A.

B.

C.

D.

答案：

A

解析：

设，，易知，∴在上单调递增，现用数学归纳法证明时，，∵，，，当时，，不等式成立，假设时，不等式成立，则成立，则当时，.

要证，只需证，

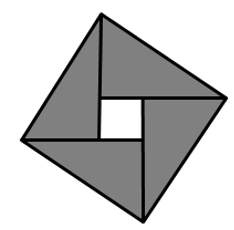
则需证：，则需证：，

则需证：，则需证：，而显然成立，

∴成立，∴时，，即，∴，又，满足.

二、填空题

11.我国古代数学家赵爽用弦图给出了勾股定理的证明，弦图是由四个全等的直角三角形和中间的一个小正方形拼成的一个大正方形（如图所示），若直角三角形直角边的长分别为，，记大正方形的面积为，小正方形的面积为，则 .



答案：



解析：  
，，所以.

12.已知，函数，若，则 .

答案：



解析：

，即.

13.已知多项式，则 ； .

答案：





解析：

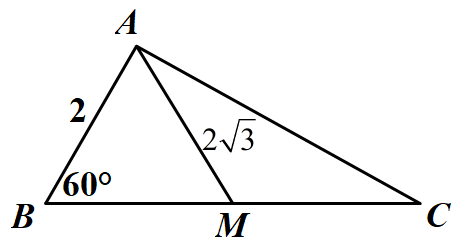
根据二项式通项公式：，故；

同理，，

，，

所以.

14.在中，，，是的中点，，则 ； .



答案：





解析：

（1），即.

所以，所以，

所以，

故.

（2）由余弦定理得.

15.袋中有个红球，个黄球，个绿球.现从中任取两个球，记取出的红球数为，若取出的两个球都是红球的概率为，一红一黄的概率为，则 ， .

答案：





解析：

，所以，

，所以，则，

，，，

∴.

16.已知椭圆，焦点，（）.若过的直线和圆相切，与椭圆的第一象限交于点，且轴，则该直线的斜率是 ；椭圆的离心率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

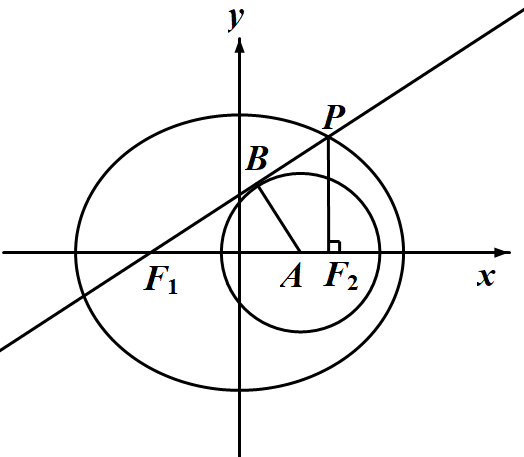
答案：





解析：

解析一：如图所示，，，，.



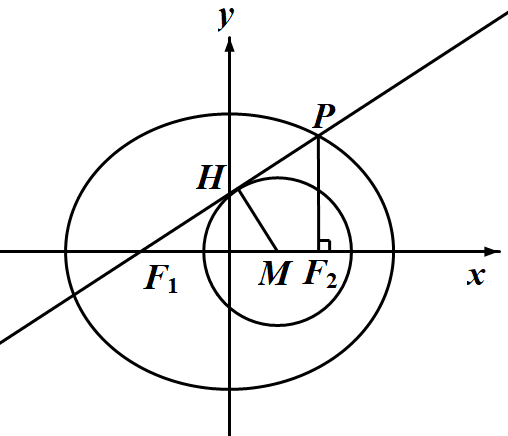
（1）.

（2）方法一：，所以.

方法二：利用（1）的结论，.

方法三：，所以，故.

解析二：不妨假设，，，，，，



则，，

，

所以.

17.已知平面向量，，满足，，，，记平面向量在，方向上的投影分别为，，在方向上的投影为，则的最小值是 .

答案：



解析：

可令，，，

因为，故，故，

因为在，方向（即轴和轴正方向）的投影分别为，，故可设，

因为在方向上的投影为，故，

故，

当且仅当，即时取等号，故填.

18.记函数.

（1）求函数的最小正周期；

（2）求函数在上的最大值.

答案：

见解析

解析：

（1），，

所以.

（2）

，

令，，

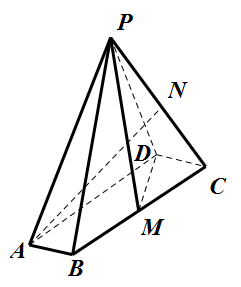
所以，所以，故，

所以函数在上的最大值为.

19.如图，在四棱锥中，底面是平行四边形，，，，，，分别为，的中点，，.

（1）证明：.

（2）求直线与平面所成角的正弦值.



答案：

见解析

解析：

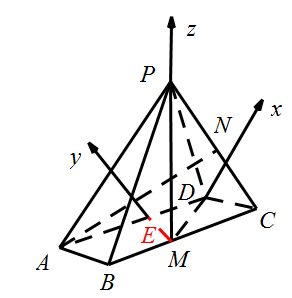
（1）证明：在中，，，，∴为直角三角形，，即，由题意且，，面，∴面，又，∴面，∵面，∴.

（2）由，得面，∴，

，

，取中点，连接，则，，两两垂直，以为坐标原点，分别以、、所在的直线为轴、轴、轴，建立如图所示空间直角坐标系，则，，，，，又为中点，所以，，由（1）得面，所以面的法向量，从而直线与平面所成角的正弦值为

.



20.已知数列的前项和为，，且.

（1）求数列的通项公式.

（2）设数列满足，记的前项和为，若对任意恒成立，求实数的取值范围.

答案：

见解析

解析：

（1）由①，得②，①②得，即，所以是以为首项，为公比的等比数列，故.

（2）由，得，从而

③，故

④，③④得

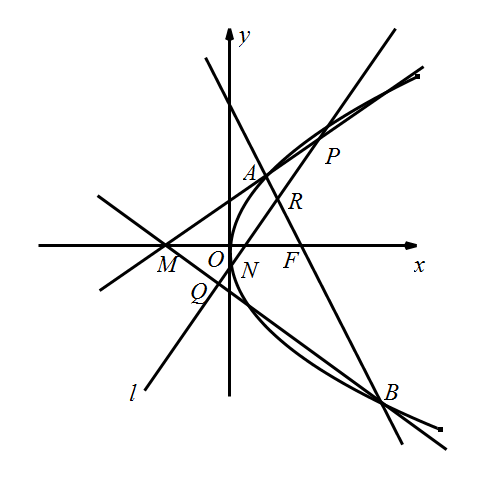


，所以，由得恒成立，即恒成立，时不等式成立，时，，得，时，，得，所以.

21.如图，已知是抛物线的焦点，是抛物线的准线与轴的交点，且.

（1）求抛物线的方程.

（2）设过点的直线交抛物线于，两点，若斜率为的直线与直线，，，轴依次交于点，，，，且满足，求直线在轴上截距的取值范围.



答案：

见解析

解析：

（1），故抛物线的方程为.

（2），，设，，显然直线斜率不为，故可设，因为，不重合，故不过点，故可设，联立直线与抛物线方程可得，故由韦达定理可知，故，直线的方程为

，联立直线和可得，同理可得

，故



，联立直线和解得，因为，故，故

，解得

，故

，直线在轴上截距的取值范围为

.

22．已知函数．

（1）讨论的单调性；

（2）若对于任意实数，均有两个不同零点，求实数的取值范围；

（3）若，证明：对于任意实数，有两个零点，（），且．

答案：

见解析

解析：

（1）由，

若，有，则在上单调递增；

若，则在单调递减，在单调递增；

（2）当，均有两个不同零点，

由（1）可知，

记，即有，即，

记，易知单调递减，又有，

则由，可知，

所以有恒成立，

则有，可得；

（3）当时，，由（1）有，

又有，，其中，

所以可知有两个不同的零点，

又，则有，

所以，

而，所以，

则有，不等式得证．